

---

## Examen final

DATE : Lundi le 16 décembre 2002, de 14h00 à 17h00

NOM																					
PRÉNOM																					
Code permanent																			Groupe :		

---

### Instructions :

1. Prendre grand soin de ne pas désassembler les feuilles du présent cahier (? pages + formulaire + tables), qui doit être remis en entier. Seuls l'annexe, le formulaire et les tables peuvent être détachés du cahier et n'ont pas à être retournés.
2. Par mesure de précaution, inscrire lisiblement votre nom au haut de chacune des pages 2 à 7.
3. Les solutions doivent être rédigées dans les espaces prévus. Ne pas négliger d'expliquer clairement votre démarche, de donner les détails de vos calculs et d'identifier clairement les variables considérées.
4. Si l'espace est insuffisant, indiquer clairement au correcteur que la solution est continuée au verso de la page.
5. Tout texte de référence (manuel, notes de cours, notes personnelles, etc.) est interdit. ***Tout cas de plagiat ou de fraude sera sévèrement sanctionné par les hautes instances universitaires.***
6. Vous trouverez à la fin de ce cahier deux feuilles blanches, pour fins de calcul-brouillon.
7. L'usage d'une calculatrice est autorisé.
8. L'étudiant doit présenter sa carte d'étudiant (avec photo) lors de la remise de son cahier et signer la feuille de présence.

---

Grille à l'usage du correcteur

#1	#2	#3	#4	#5	#6	Total
/16	/20	/20	/12	/24	/8	/100

- 1 Dans le but de vérifier si la pression sanguine et l'âge des personnes sont reliés entre eux, et pour quantifier cette relation, s'il y a lieu, on prend un échantillon de 12 personnes chez qui on mesure la pression sanguine, tout en notant l'âge correspondant. Voici le tableau des résultats :

X : Âge	56	42	72	36	63	47	55	49	38	42	68	60
Y : Pression	147	125	160	118	149	128	150	145	115	140	152	155

$$\sum X_i = 628, \sum X_i^2 = 34416, \sum Y_i = 1684, \sum Y_i^2 = 238822, \sum X_i Y_i = 89894, \\ s_x = 11.87306, s_y = 15.07757, s_{xy} = 160.42417.$$

6 pts


- a) Estimer les paramètres  $\beta_0, \beta_1$  et  $\sigma_{Y.X}$ .

2 pts

- b) Écrire la droite de la régression linéaire simple de la pression en fonction de l'âge.

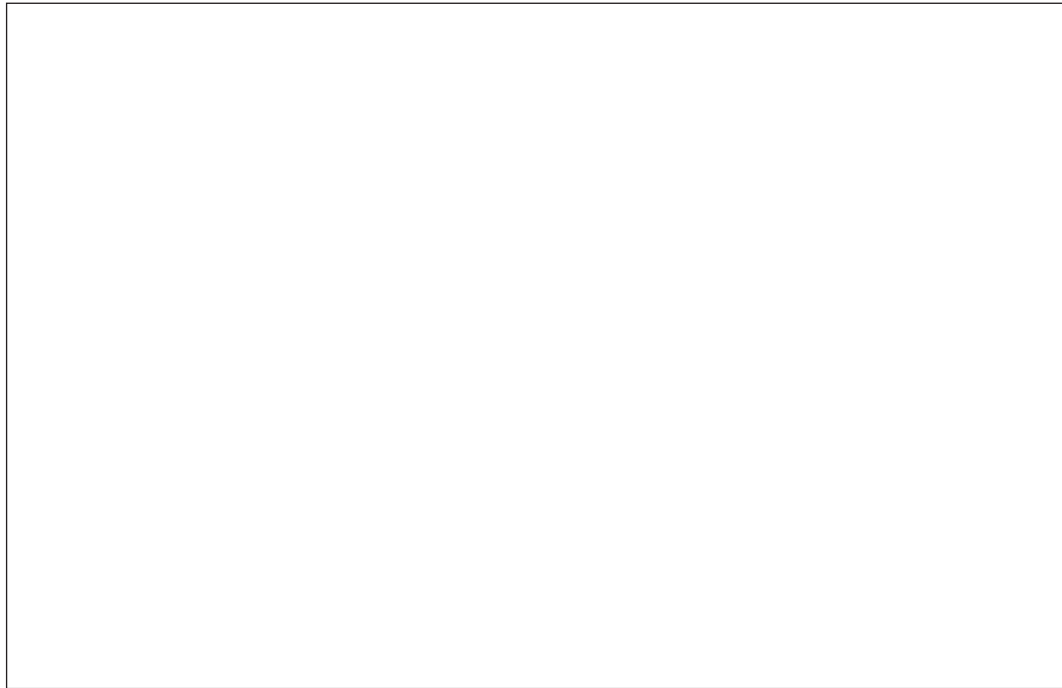
4 pts

c) Donner un intervalle de confiance pour  $\beta_1$ .



4 pts

d) Est-ce que la régression est significative? Justifier votre réponse.



8 pts

2

- a) On prélève un échantillon de 35 comptes de dépenses parmi les 1875 comptes accumulés par une compagnie durant l'année, afin d'estimer  $\mu_Y$ , la moyenne des frais de déplacement. On obtient les résultats suivants :

$$n = 35, \sum y = 7048, \sum y^2 = 1929389, \bar{y} = 201.3714$$
$$s^2 y = 15003.6226, sy = 122.4892$$

Supposons qu'on décidait de prélever un deuxième échantillon afin d'estimer la moyenne  $\mu_Y$ . Quelle devrait être la taille de l'échantillon à prélever si on veut faire cette estimation avec une marge d'erreur de 3%.

$n :$

12 pts

- b) Vous voulez estimer le nombre d'étudiants à l'UQAM qui possèdent une auto. Le nombre d'étudiants à cette université est 46 822. Sachant que la proportion d'étudiants qui possèdent une auto est entre 38% et 57%, déterminer la taille de l'échantillon à prélever si vous voulez que votre marge d'erreur soit de 3%.

- 3 Dans une étude sur le choix des disciplines dans une université, on a classifié un groupe de candidats à l'admission selon le choix de la discipline et le sexe. Voici la distribution conjointe en question.

	Femmes	Hommes	Total
Sciences physiques	23	19	42
Arts ou sciences sociales	97	68	165
Sciences de la gestion	64	39	103
Total	184	126	310

4 pts

- a) On veut savoir s'il y a un lien entre le choix de la discipline et le sexe. Énoncer l'hypothèse nulle  $H_0$ .

6 pts

- b) Déterminer les effectifs théoriques.

	Femmes	Hommes	Total
Sciences physiques			
Arts ou sciences sociales			
Sciences de la gestion			
Total			

5 pts

c) Calculer la valeur de khi-deux.

$\chi^2 =$ <input style="width: 150px; height: 30px;" type="text"/>

5 pts

d) Compléter le test et énoncer clairement votre conclusion.

--

12 pts

- 4) Pour chacune des descriptions suivantes, dire de quel mode d'échantillonnage il s'agit. Choisir une réponse parmi les suivantes :

A : aléatoire simple    B : stratifié    C : systématique

D : par grappes avec probabilité de sélection égale

E : par grappes avec probabilité de sélection inégale

	Réponse A,B,C,D ou E
1) Population : l'ensemble des étudiants de MAT 2080. On dresse une liste de tous les étudiants, puis on tire successivement et sans remise 80 étudiants.	
2) Population : l'ensemble des étudiants de Mat 2080. On tire au hasard 3 groupes, et on inclut dans l'échantillon tous les étudiants des 3 groupes.	
3) Population : l'ensemble des étudiants de Mat 2080 du fameux groupe de Synergie. Quel groupe et quel souvenir ! On tire chaque 5 <sup>e</sup> copie de l'examen final.	
4) Population : l'ensemble des 15 groupes de Mat 2080. On dresse une liste des 15 groupes ; on tire 5 groupes au hasard, sans remise.	
5) Population : l'ensemble des étudiants de Mat 2080. On dresse une liste des étudiants de chaque groupe. Puis dans chaque groupe on tire 5 étudiants au hasard.	
6) Population : On dresse une liste de tous les étudiants de Mat 2080. On tire un étudiant au hasard et on inclut dans l'échantillon tous les étudiants de sa classe.	



- 5 On prélève un échantillon de 30 comptes de dépenses parmi les 1750 comptes accumulés par une compagnie durant l'année. Le montant total des comptes ( $x$ ) est connu pour chaque compte de la population, mais on s'intéresse aussi à une partie des dépenses, les frais de déplacement ( $y$ ) (billets d'avion, taxis, etc); cette partie n'est pas connue pour la population, mais elle peut être déterminée pour les comptes de l'échantillon. Dans l'échantillon on a trouvé 18 comptes pour des voyages à l'extérieur du Québec et 12 pour des voyages à l'intérieur du Québec. Les données et quelques calculs sont présentés en annexe :

2 pts

- a) Estimer le montant total des frais de déplacement de la compagnie pendant l'année (estimation ponctuelle).

Total des frais de déplacement	

4 pts

- b) Estimer l'écart-type de l'estimateur utilisé en 5-a).

Écart-type de l'estimateur	

4 pts

- c) Sachant que le montant total des dépenses (tous frais) pour la population s'élevaient à 1 298 500\$ pour l'année, estimer le montant total des frais de déplacement en utilisant l'estimateur par le quotient (estimation ponctuelle).

Frais de déplacement	

4 pts

- d) Estimer l'écart-type de l'estimateur en 5-c).

Écart-type	

3 pts

- e) Estimer le montant total des frais de déplacement pour des voyages à l'extérieur du Québec (estimation ponctuelle).

Frais de déplacement pour voyages à l'extérieur du Québec	

3 pts
-------

- f) Supposons qu'on veut estimer la proportion  $R$  des dépenses consacrées aux déplacements. On peut l'estimer par  $\hat{R}_1 = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$  ou par  $\hat{R}_2 = \frac{4}{5} \frac{\bar{y}}{(\mu_x)^{4/5}}$ . Quel estimateur est le meilleur et pourquoi ?

4 pts

- g) Supposons qu'on décidait de prélever un deuxième échantillon, de taille 175, afin d'estimer (par la moyenne) la moyenne  $\mu_y$  des dépenses en déplacement. On compte stratifier la population selon que les comptes comprenant un voyage hors Québec (828 comptes dans la population) ou non (922 comptes). Comment répartir les 175 observations entre les strates si on veut minimiser la variance ? Utiliser les données ci-dessous pour estimer les paramètres.

	voyages à l'extérieur du Québec	voyages à l'intérieur du Québec
$n$	18	12
Moyenne	271.74	189.68
Variance $s^2$	3192	7408

$n_1$		$n_2$

8 pts

6 Compléter chacune des phrases de la colonne du milieu. Choisir la réponse dans la colonne de gauche et inscrire la lettre correspondante.

1 point pour bonne réponse, 0 point pour mauvaise réponse.

Liste des réponses possibles	Phrase	Réponse, inscrire A,B,...., O
A. $\hat{R} \neq R$	1) Dire qu'un estimateur $\hat{\theta}$ est sans biais, c'est dire que ....	
B. $\mu_{\hat{\sigma}} = \sigma$	2) Dire qu'un estimateur $\hat{\mu}_{y_d}$ est meilleur que $\bar{y}$ , c'est dire que .....	
C. $\hat{\sigma} = \sigma$	3) Dire qu'un estimateur $\hat{\mu}_{y_q}$ est meilleur que $\bar{y}$ , c'est dire que ....	
D. $\sigma_{\hat{\sigma}_1} < \sigma_{\hat{\sigma}_2}$	4) Dire que $\hat{R}$ n'est pas sans biais pour $R$ , c'est dire que ....	
E. $\mu_{\hat{R}} \neq R$	5) Dire que l'estimateur de la variance de $\bar{y}$ est sans biais, c'est dire que ....	
F. $\hat{\theta} = \theta$	6) Dire que l'estimateur de la moyenne pour les strates est sans biais, c'est dire que ....	
G. $\mu_{\hat{\theta}} = \theta$	7) Dire que l'estimateur de la variance du groupe Synergie (Sy) est meilleur que celui des autres groupes (gr), c'est dire que ....	
H. $\mu_{\hat{\mu}_{y_d}} = \hat{\mu}_y$	8) Dire que le groupe Synergie est plus doué que les autres groupes, c'est dire que ...	
I. $\mu_{\bar{y}_{st}} = \mu_y$		
J. $\mu_{\hat{\sigma}_{\bar{y}}}^2 = \sigma_{\bar{y}}^2$		
K. $\sigma_{\hat{\mu}_{y_d}} < \sigma_{\bar{y}}$		
L. $\sigma_{\hat{\sigma}_{sy}}^2 < \sigma_{\hat{\sigma}_{gr}}^2$		
M. $\mu_{\hat{\mu}_{y_d}} = \mu_y$		
N. $\mu_{\hat{\mu}_{y_q}} < \mu_{\bar{y}}$		
O. ADCR aucune de ces réponses		

Pensée de la session

Dieu est l'amour infini et éternel  
L'infini est un dépassement perpétuel  
Pour y arriver, l'amour du prochain est essentiel  
C'est la grâce que je vous souhaite à Noël.

**Bonne année 2003 ! et Joyeux Noël !**

de la part de Michel